

Modèle de proie-prédateur diffusif

Un modèle proie-prédateur simple permettant de prendre en compte la répartition spatiale des populations peut se modéliser à partir du système suivant :

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t} &= u(1-v) + D \Delta u \\ \frac{\partial v}{\partial t} &= \rho v(u-K) + \Delta v \\ (x, y) &\in [-a, a]^2 \quad t \in [0, T].\end{aligned}$$

u représente les proies et v les prédateurs. ρ, K et D sont des paramètres réels positifs.

On propose dans ce TP de résoudre numériquement ce système et d'observer les interactions entre les deux populations.

1. Résolution numérique du système

- (a) Ecrire un schéma de discrétisation en temps pour le système précédent. On prendra une méthode d'Euler pour la discrétisation temporelle, les termes diffusifs seront pris implicitement, les termes non-linéaires explicitement.
- (b) Ecrire la formulation variationnelle issue du système discrétisé en temps. On utilisera des conditions aux limites périodiques pour chacun des bords.
- (c) Mettre en place le programme FreeFem permettant de résoudre numériquement le système proie-prédateurs.
- (d) Les conditions initiales $u(x, y, t = 0)$ et $v(x, y, t = 0)$ seront prises sous forme de Gaussiennes centrées en des points différents.
- (e) Pour les applications numériques on pourra dans un premier temps prendre les valeurs suivantes des paramètres : $a = 20$, $\rho = 0.6$, $K = 0.35$ et $D = 0.2$.
- (f) Tracer l'évolution de u et de v au cours du temps et commenter.

Un compte rendu de 3 pages maximum est à rendre au plus tard le 18 décembre

Il devra être envoyé par mail à : guillaume.chiavassa@centrale-marseille.fr