

ECM 2A
Electif S7 Analyse Numérique
G. Chiavassa
guillaume.chiavassa@ec-marseille.fr

Utilisation d'un logiciel d'Eléments Finis: *FreeFem++*

Exercice 1

On veut résoudre le problème suivant:

$$-\Delta U + U = f \quad (x, y) \in \Omega =]0, 2\pi[\times]0, 2\pi[$$

avec comme condition aux limites $U = g$ sur Γ le bord de Ω .

- a) Ecrire la formulation variationnelle.
- b) Résoudre le problème numériquement par la méthode des éléments finis en utilisant le logiciel *FreeFem*.
(on prendra par ex. $f(x, y) = 3 \sin(x) \sin(y)$ et $g = 0$).

Petit problème de Thermique

On considère l'objet décrit sur la figure 1) dans lequel on souhaite calculer l'évolution du champ de température U en fonction des conditions aux limites imposées sur sa frontière Γ .

L'équation régissant cette évolution est simplement

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \nu \Delta U \quad (x, y) \in \Omega, \quad t \in]0, t_f], \quad (1)$$

à laquelle nous ajoutons une condition initiale $U(x, y, t = 0) = U_0(x, y)$, ainsi que les conditions aux limites suivantes:

- bords f et h : température imposée $U = U_{droite}$ et $U = U_{gauche}$.
- bords b, c, d : condition adiabatique.
- bords a, e, g : condition sur le flux normal de température:

$$\frac{\partial U}{\partial n} = -\alpha_1(U - U_{bas}) \quad \text{pour } a \text{ et } e.$$

$$\frac{\partial U}{\partial n} = -\alpha_2(U - U_{haut}) \quad \text{pour } g$$

Les coefficients α_1 et α_2 ainsi que les températures extérieures U_{bas} et U_{haut} sont fixés et n désigne la normale extérieure à Ω .

- a) Discrétiser en temps l'équation 1 en utilisant un schéma d'Euler implicite.
- b) A partir du schéma obtenu écrire la formulation variationnelle.
- c) En utilisant *FreeFem* calculer l'évolution du champ de température.

On pourra, dans un premier temps prendre dans l'application numérique les valeurs suivantes: $\nu = 0.2$, $U_0(x, y) = 1$, $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$, $U_{droite} = U_{gauche} = 1$, $U_{bas} = 0.5$, $U_{haut} = 4$.

