TP n°1
La chenille de l'épicéa

L'équation permettant de modéliser l'évolution de la population de chenilles de l'épicéa, u, (vue en cours) se met, une fois adimensionnée, sous la forme :

$$\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = \rho\, u \left(1 - \frac{u}{K}\right) - \frac{u^2}{1+u^2} \tag{1}$$

ρ et K étant des parametres réels positifs.
On propose dans ce TP de résoudre numériquement cette équation différentielle et d'étudier ses propriétés en fonction des parametres.

1. **Calcul des points fixes**
   (a) Ecrire le polynome permettant de calculer les points fixes de l'équation (1).
   (b) Faire une fonction *scilab* calculant les racines de ce polynome en fonction des valeurs de ρ et K. On utilisera les fonctions **poly** et **roots**.
   (c) Tracer sur un même graphique le terme logistique et le terme de prédation, ainsi que les points fixes trouvés.

2. **Résolution de l'équation différentielle**
   (a) Ecrire une fonction *scilab* permettant de calculer la solution numérique de l'équation (1). On utilisera la fonction **ode** avec la méthode de Runge-Kutta 4.
   (b) A partir d'expériences numériques, retrouver les résultats concernant la stabilité des points fixes vue en cours.

3. **Mise en évidence de l'hystérésis**
   Pour une valeur de K fixée, $K = 20$ par exemple, on souhaite tracer la valeur limite de la population $u_{lim} = u(+\infty)$ en fonction de ρ.
   (a) Choisir une suite ρ_n de valeurs croissantes puis décroissantes de ρ permettant d'obtenir toutes les situations concernant le nombre de points fixes. (Une trentaine de valeurs par example)
   (b) Pour chacune de ces valeurs, résoudre numériquement l'équation (1) et stoker $u_{lim}(\rho_n)$. On prendra comme condition initiale $u(0) = u_{lim}(\rho_n)$ pour calculer $u_{lim}(\rho_{n+1})$.
   (c) Tracer u_{lim} en fonction de ρ_n.
   (d) Commentaires

Refaire les questions 1,2 et 3 en utilisant un terme de prédation modélisant un prédateur spécialiste, par exemple

$$\frac{u}{1+u}$$